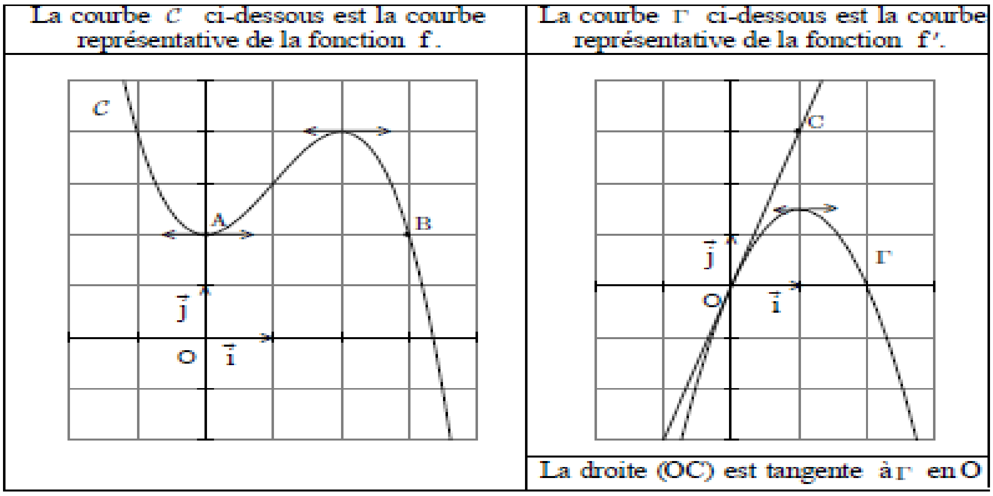
Lycée secondaire Boufícha	**Devoir de synthèse N°1**	**Prof : Ouali Mounir**
Année scolaire 2010-2011	**en mathématiques (2 heurs)**	**Classe : bac science 2**

Exercice 1 (4,5 points)

A-Pour chacune des affirmations suivantes, numéroté de 1 à 6, dire si elle est vraie ou fausse sans justification.

Soit f une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f ' et f '' les dérivées première et seconde de f.



1) f ' (2) =0 ; 2) une équation de la tangente en A à **C** est y= 2 ; 3) f(1) et f '(1) sont tous deux positifs.

4) f ' est négative sur [-1 ; 3] 5) (f ∘ f ') (2)=0 6) **C** admet un point d'inflexion d'abscisse 1

B- Trouver la bonne réponse (sans justification)

1) Soit f une fonction dérivable sur [1 ; 3] telle que f(1)=2 et f(3) =4 alors

a) f(x)=0 admet au moins Une solution dans [1 ,3] b) f([1,3])=[2,4] c) la courbe C_f admet une tangente parallèle à Δ : y=x

2) soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par u_{n+1} -u_n = n alors

a) la suite (u_n) est décroissante b) $\lim_{n\to+\infty} u_n$ = + ∞ c) la suite (u_n) est majorée

3) soit le nombre complexe Z = $e^{i\,\theta}$ avec θ ∈ $\mathbb{R}$

a) $|Z + \frac{1}{Z}| = 2$ b) $Z + \frac{1}{Z}$ est un réel c) $Z + \frac{1}{Z}$ est un imaginaire pur

Exercice 2 (5,5 points)

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par f(x) = $x^3 + 6x$ et g(x) = $\frac{1}{6}(1 - x^3)$

1) a) justifier que l'équation f(x) =1 admet une unique solution α dan $\mathbb{R}$.
b) vérifier que $0 < \alpha < 1$

2) a) démontrer que pour tout x de l'intervalle [0, 1] , g(x) ∈ [0,1]. Puis vérifier que g(∝) = ∝

b) Montrer que pour tout x de [0,1], $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

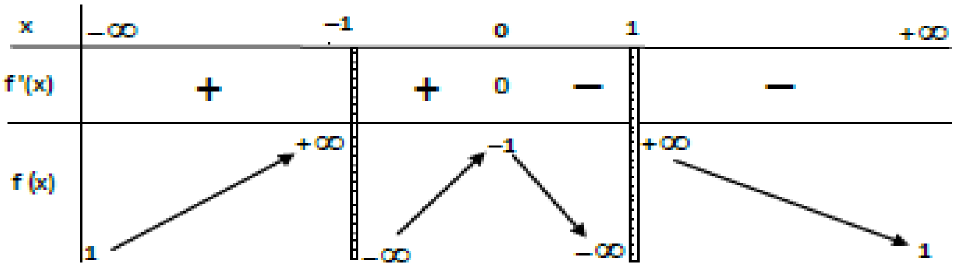
3) On introduit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : u_0 = 0 et pour tout n de $\mathbb{N}$, u_{n+1}= g(u_n)

a) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq 1$

b) Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$, $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_n - \alpha|$

c) Montre que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite

Exercice 3 (5 points) le tableau suivant est le tableau de variation d'une fonction f



On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé

1) a) Donner l'ensemble de définition de f b) donner les équation des asymptotes de (C)

c) quel est le nombre des solution de l'équation f(x) = 3 ?d) Ecrire une équation de la tangente à (C) au point A(0 ;-1)

2) Dans cette question on admet que pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, f(x) = $\frac{a\,x^2+1}{x^2+b}$

a) en utilisons le tableau de variation de f, montrer que a=1 et b= -1

b) Résoudre l'équation f(x) =3

c) Soit g la restriction de f sur l'intervalle]1, + ∞[,

Montrer que g réalise une bijection de]1, +∞[sur un intervalle J que l'on précisera

Exercice 4 (5 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation Z^2 – (4 +2 i) Z+ 7 + 4i =0
2) Soit (E) : Z^3 – (4 + 3i) Z^2 + (5 + 8i) Z +4-7i = 0
   a) Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pur que l'on déterminera
   b) Déterminer les nombre complexes b et c tel que
   Z^3 – (4 + 3i) Z^2 + (5 + 8i) Z +4-7i = (Z – i) (Z^2 + b Z + c)

   c)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)
3) le plan est rapporté a un repère orthonormé (O ,$\vec{u}$, $\vec{v}$) on considère les points A(i), B(2-i) et C(2+3i)

   Montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle

4) soit θ ∈ [0 , π] On considère les points M(2 $e^{-i\theta}$ + 2i) et M' ($e^{i\theta}$ – i) Déterminer θ pour que M = M'